**Menschen, die Steuern zahlen sollen**, suchen diese Last soweit wie möglich zu senken. Zeitschriften, einschlägige Bücher und käufliche Steuersparprogramme sind voll von Steuerverminderungsvorschlägen. Je höher der individuelle Steuersatz, desto höher ist der Anreiz, die im Bruttoeinkommen enthaltenen Sollsteuern zu einem großen Teil bei eigenen Investitionen einzusetzen. Selbst bei niedrigen Einkommen bestehen Anreize zur Steuervermeidung, um das schmale Einkommen aufzubessern (zum Beispiel durch Einhalten von steuerfreien Einkommens-Obergrenzen, steuerfreier Nachbarschaftshilfe oder „Schwarzarbeit", die alle das persönliche Gesamteinkommen erhöhen). Das Bestreben, Steuern zu vermeiden, ist über alle Einkommensklassen verteilt: Jedoch ist der Anreiz dazu je nach persönlichem Steuersatz unterschiedlich stark ausgeprägt.

Kann dieses Verhalten, der Zusammenhang zwischen Sollsteuersatz und Steuervermeidungsanreiz, berechenbar gemacht werden? Wenn der Zusammenhang berechenbar wäre, dann könnte man voraussagen, wie hoch das Steueraufkommen bei welchem Steuersystem in jeder Einkommensklasse wäre, wozu man zusätzlich die statistische Einkommensverteilung über die verschiedenen Klassen benötigte. Es lohnt sich also, darüber nachzudenken. Das wollen wir im Folgenden versuchen.

Um das Verhalten der Steuerzahler kalkulierbar zu machen, definieren wir drei einfach zu verstehende dimensionslose Größen:

(1) $x = So/E$ mit So = Sollsteuer und E = Gesamteinkommen
(2) $z = S/E$ mit S = tatsächlich gezahlte Steuer
(3) $y = S/So = t*B/(to*Bo)$ = relative Steuerbasis.

Wobei $S = t*B$, $So = to*Bo$, mit B = Steuerbasis und t = Steuersatz.

Mit Gl. (1) und (3) erhalten wir $(S/E) = (So/E)*(S/So) = (x)*(y)$.
Damit wird aus Gleichung (2):

(4) $z = x*y$

Der Steuersatz t ist im allgemeinen Fall abhängig von der Steuerbasis B: t=t(B). Oberhalb einer bestimmten Grenze ist der Steuersatz konstant: Dieser so genannte Spitzensteuersatz ist dann nicht mehr von der Basis abhängig. (Im englischen Sprachgebrauch nennt man einen von der Basis unabhängigen Steuersatz „Flat Tax". Rev.07) Unterhalb des Spitzensteuersatzes ist der Steuersatz meist progressiv oder er verläuft in Stufen. Um das beste Steuersystem herauszufinden, benötigt man eine Information, wie groß die tatsächliche Steuer S ist, wenn der Staat eine Sollsteuer So fordert. Nach Gleichung (3) ist dieser Zusammenhang $S = y * So$. Man muss nun y in Abhängigkeit von So kennen. Laut Gleichung (1) ist $So = x*E$. Da bei gegebenem Gesamteinkommen E auch So bekannt ist, genügt auch eine Abhängigkeit von x. Wir suchen also eine Funktion $y = f(x)$. Dazu machen wir einen differentiellen Ansatz:

(5) $dy = - F * dx$

In Worten beschreibt dieser Ansatz die in der Einleitung gemachten Beobachtungen: wenn sich der persönliche Steuersatz um dx ändert, dann ändert sich die relative Steuerbasis entsprechend um dy, wobei das Minuszeichen bereits die Steuervermeidungstendenz enthält und *F* ein im allgemeinen veränderlicher *F*aktor ist. In volkswirtschaftlichen Büchern wird *F* gerne als Konstante gewählt, $dy = - K * dx$. Dies reicht meist aus, um in einem sehr **beschränkten Bereich eine Tendenz** anzuzeigen. Wir wollen hier aber eine etwas realistischere Abhängigkeit finden, die den ganzen x-Bereich von 0 bis 1 abdeckt. Wir nehmen deshalb zunächst an, dass der Faktor *F* eine Funktion von z ist:

(6) $F = k*z$. - Hierin ist k ein zu bestimmender Parameter.

In Worten: Je kleiner der persönliche Steuersatz z, desto geringer ist der Anreiz *F*, Steuern zu vermeiden. Der Parameter k ist aus den Steuerergebnissen eines Steuerjahres zu bestimmen. - Um diese Abhängigkeit noch etwas allgemeiner zu fassen, ersetzen wir nach Gleichung (4) z durch x*y und führen für x und y noch Exponenten m und n ein, die man ebenfalls als zu bestimmende Parameter ansehen kann:

(7) $F = k * x^m * y^n$

**Gleichung (5) lautet mit Gl. (7) dann in verallgemeinerter Form:**

**(8)** $\mathbf{dy = - k * x^m * y^n *dx}$

Aus diesem Ansatz erhält man durch Integration den gewünschten Zusammenhang:

(9) f(y) = f(yo) - f(x) [Oder, wenn n=1 ist: ln(y/yo) = f(x)], mit yo als Integrationskonstante, zweckmäßig an der Stelle x=0.

Gleichung (9) enthält nun vier anzupassende Parameter: **yo, k, m** und **n.**

Gleichung (9) ist eine Kurve, die man im Allgemeinen mit einem gestreckten liegenden „*S*“ vergleichen kann. In Sonderfällen, wenn m oder n Null sind, ergeben sich Kurven, die entweder steil nach unten verlaufen und ab einem bestimmten Steuersatz ins Negative gehen oder sich aber sanft asymptotisch der x-Achse nähern. Wenn m und n beide Null sind, dann ergibt sich die lineare Lösung der „Volkswirtschaftler“ mit *F* = k, das heißt, auch dieser primitive Ansatz wird durch Gleichung (8) bzw. (9) abgedeckt.

Um auch Auswirkungen im Bereich niedriger Einkommen erfassen zu können, läßt sich der Ansatz (7) noch erweitern, indem man beispielsweise $\mathbf{x^m}$ durch $\mathbf{(|x-x_m|)^m}$ ersetzt. Rev.06
Damit wird aus den Gleichungen (8) und (9):

**(10)** $\mathbf{dy = - k *(|x-x_m|)^m * y^n *dx}$
(11) $f(y) = f(y_m) - f(x)$ [Oder, wenn n=1 ist: $\ln(y/y_m) = f(x)$], mit den fünf Parametern $\mathbf{x_m}$, $\mathbf{y_m}$, **k, m** und **n**

Die gefundenen Ansätze (9) bzw. (11) sollten also in der Lage sein, die Realität durch Anpassung aller vier bzw. fünf Parameter genügend genau wiederzugeben.

Um die Wirklichkeit einfach und verlässlich abzubilden, nehmen wir an, dass in jeder Einkommensklasse das mittlere Verhalten einer großen Menge von Steuerzahlern gemessen wird. (Wir benötigen also die Ergebnisse S/E, S/So jeder Einkommensklasse als Summe, nicht die Einzelergebnisse eines jeden Steuerzahlers. Letzteres würde eine verwirrende Fülle an individuellen Daten und unterschiedlichen Parametern ergeben und daher eine überflüssige Arbeit sein; außerdem verstieße es gegen den Datenschutz.) Für die Steuereinnahme des Staates genügt es, mit den Mittelwerten zu rechnen und diese über alle Einkommensklassen zu summieren. Die Parameter müssen so angepasst und

gewählt werden, dass das Steueraufkommen des betrachteten Jahres in der Summe genau wiedergegeben wird.
Was haben wir nun gewonnen? Wir wissen jetzt im Vorhinein, welches Ergebnis (Iststeuer entsprechend z) der Staat bei einem bestimmten Steuersystem (Sollsteuer entsprechend x) erzielt. Dabei spielt es keine Rolle, wie das Steuersystem gestaltet ist: ob gestuft, konstant oder progressiv. Die obigen Formeln mit den dimensionslosen Größen x, y und z sind in der Lage, **jedes beliebige Steuersystem zu analysieren.**

Wenn wir also berechnen können, wie sich die Steuerzahler im Durchschnitt bei einem vorgegebenen System und Satz verhalten, können wir auf der Basis der ermittelten Anreizparameter ($y_o$, k, m, n) bzw. ($x_m$, $y_m$, k, m, n) berechnen, wie sie bei einer Änderung des Steuersystems reagieren würden. Die Anreizparameter bleiben die gleichen, weil wir bei unserer Herleitung von x, y und z die Steuern (***unabhängig davon, wie sie errechnet werden****)* auf das individuelle Gesamteinkommen E bezogen haben. Das ergibt einen „persönlichen Steuersatz", der allein für die Anreize maßgeblich ist. Auch bei einem über den gesamten Bereich konstanten Steuersatz („Flat Tax"; t = to) würde x wegen der steuerfreien Abzüge immer noch variabel sein. Es ergibt sich also immer eine Abhängigkeit des y von x, nicht nur im progressiven Bereich, sondern auch oberhalb des Spitzensteuersatzes, der ja in Wirklichkeit auch eine „Flat Tax" darstellt. Rev.07

Wie kann diese Erkenntnis, diese Prognose, nun genutzt werden? Man könnte feststellen, welches Steueraufkommen sich (mithilfe der einmal ermittelten Parameter) bei den unterschiedlichsten Steuersystemen ergeben würde. Beispielsweise könnte man ermitteln, bei welchem Steuersystem und Steuersatz der Staat ein Maximum einnehmen würde, ohne die äußeren Bedingungen wie Steuerfahndung oder Überwachungs- und Kontrollmaßnahmen zu verändern, denn das hätte einen Einfluß auf die gewonnenen Parameter.

Wenn man bei der Variation der Steuersysteme oder der Steuersätze und Freibeträge ein System findet, bei dem das Steueraufkommen des Staates ein Maximum ist, dann hätte man das ideale Steuersystem gefunden, bei dem die Ziele einer demokratischen Gesellschaft, nämlich Freiheit, Gleichheit und Brüderlichkeit (heute würde man Solidarität sagen) erfüllt sind. Oder mit anderen Worten: **Wir hätten ein optimales Steuersystem gefunden, mit dem beide Seiten, Staat und Bürger, zufrieden wären.**

Die Berechnung der Steuern erfolgt im Allgemeinen nach der Formel S=t*B, wobei die Steuerbasis B sich errechnet aus dem Gesamteinkommen E minus einem staatlich vorgesehenem Grundfreibetrag G minus eines Freibetrags F, der darüber hinaus für bestimmte Zwecke gewährt wird: S = t*(E-G-F). F steht auch für Freiheit, G für Solidarität oder Brüderlichkeit, da sie besonders denen zugute kommt, die dieser Dinge bedürfen, und die Gleichheit kann erreicht werden, indem man t und G für jeden Bürger in gerechter und überschaubarer Weise gestaltet. Wenn man ein optimales Steuersystem t=t(B) gefunden hat, dann muss man nur noch den Grundfreibetrag G hin und wieder an die Teuerung anpassen.

Keines dieser Ziele (Freiheit, Gleichheit, Solidarität) darf in einem Steuersystem fehlen, weil sonst Unzufriedenheit entstehen würde, die sich richtet gegen zentralistisch-diktatorische Maßnahmen, die entweder zu Kapitalflucht und/oder zu Schwarzarbeit führen, in deren Folge die sozialen Aufgaben des Staates nicht mehr erfüllt werden könnten.

**Anhang:** drei Beispiele, mit graphischer Darstellung, um zu zeigen, wie mit den gefundenen Modellen ein optimales Steuersystem geschaffen werden könnte.

**Ein erstes kleines Beispiel** soll das soeben Gesagte verdeutlichen. Hierfür nehmen wir **vereinfachte Parameter** an: **(Spezialfall n=1)**

(a) yo=1
(b) m=1
(c) n=1
(d) k=16

Mit diesen Parametern ergeben sich folgende Gleichungen:

(12) $y = yo * \exp(- k * x^2 /2)$

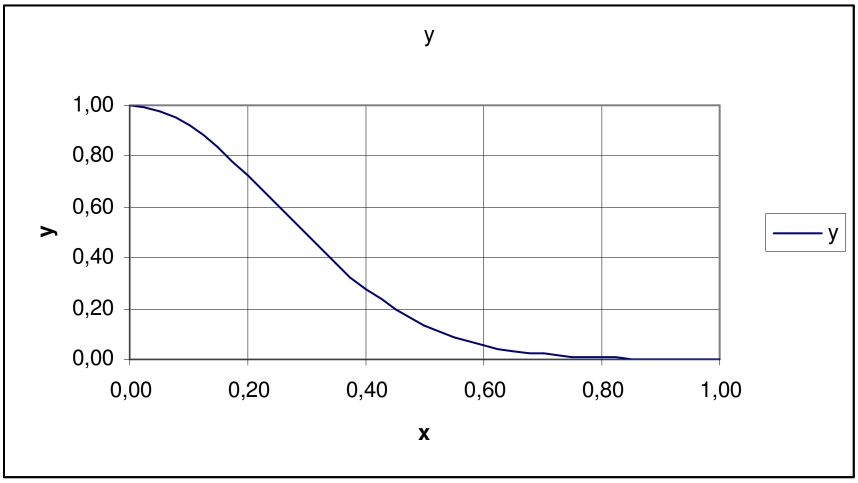


**Bild 1**. y stellt die relative Steuerbasis in jeder persönlichen Sollsteuerklasse “x” dar. Je größer x, desto kleiner das zugehörige y.

(13) $z = x*y = x * yo * \exp(- k * x^2 /2)$

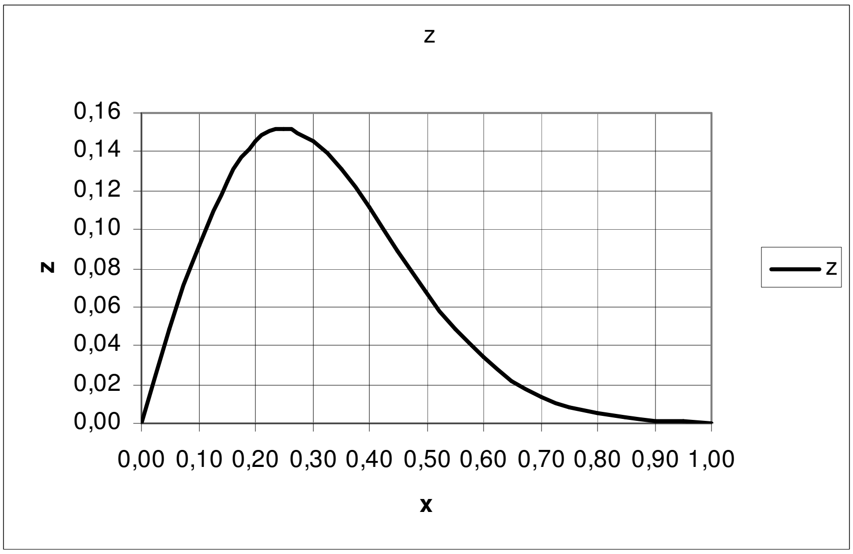


**Bild 2**. z stellt das relative Steueraufkommen dar, wobei hier vereinfachend eine Gleichverteilung über alle Einkommensklassen angenommen wird.

**Man kann zeigen**, dass bei einer realen Verteilung der Einkommensklassen durch Summierung aller Klassenergebnisse sich ein ähnliches Bild ergibt, welches sich nur quantitativ, nicht qualitativ unterscheidet.

Es handelt sich im Obigen zunächst nur um ein Beispiel, um im Prinzip zu zeigen, dass z laut Gleichung (11) ein **Maximum** bei einem **„optimalen“ persönlichen Steuersatz x** bzw. entsprechendem to aufweist. (Der Steuersatz to ist entsprechend der Beziehung x*E=to*Bo stets größer als x, weil Bo stets kleiner als E ist.)

**Ein weiteres Beispiel** mit anderen Parametern, wobei diesmal **n ungleich 1** ist, ergibt folgendes Bild:

(e) yo=0,9
(f) m=0,8
(g) n=0,9
(h) k=10

Mit diesen Parametern ergeben sich folgende Gleichungen, wobei yo = y(x=0) gesetzt ist:

(14) $y = \left( yo^{(1-n)} - k * (1-n)/(1+m) * x^{(1+m)} \right)^{(1/(1-n))}$

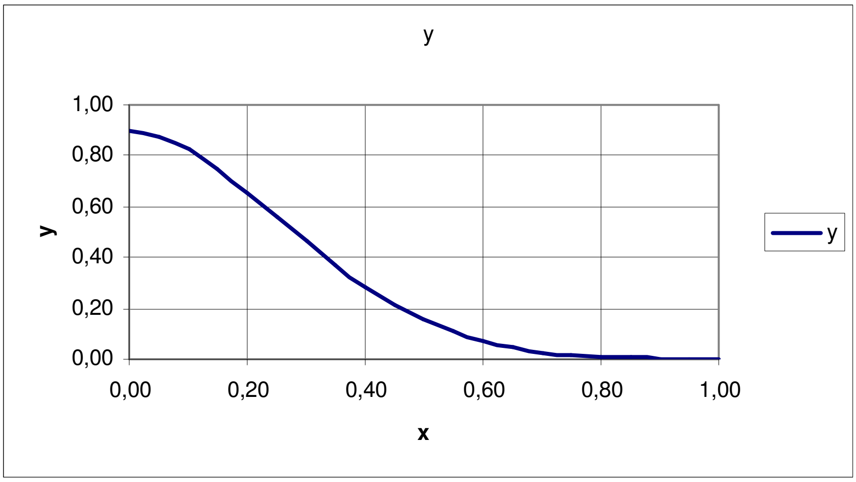


**Bild 3**. y stellt die relative Steuerbasis in jeder persönlichen Sollsteuerklasse “x” dar.

(15) $z = x*y = x * \left( yo^{(1-n)} - k * (1-n)/(1+m) * x^{(1+m)} \right)^{(1/(1-n))}$

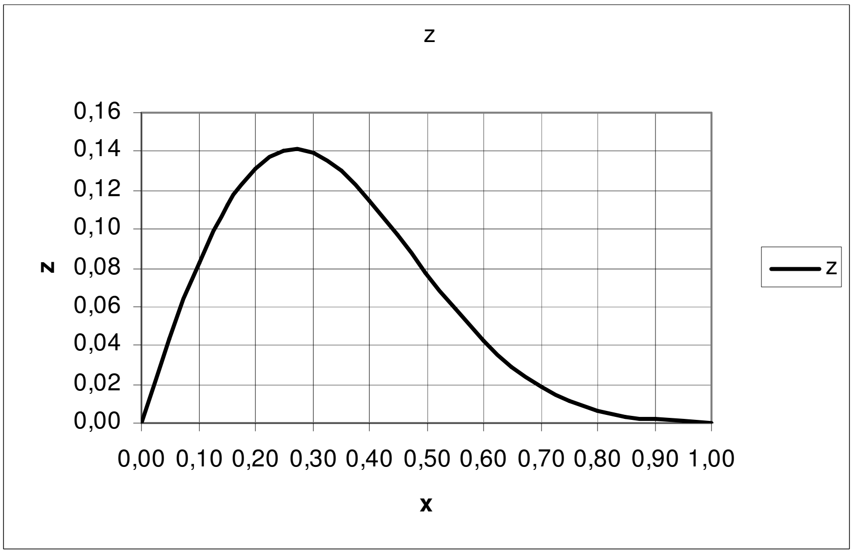


**Bild 4**. z stellt wieder das relative Steueraufkommen dar.

Der Kurvenverlauf ist bei den gewählten veränderten Parametern ähnlich wie im ersten Beispiel. Wesentlich andere Kurvenverläufe ergeben sich entweder mit n=0 oder mit m=0.

**Hinweis: Der Sonderfall n=m=0 ergibt y=yo-k*x**, eine abfallende Gerade, die **nur den mittleren Kurvenverlauf** von y=f(x) tendenziell richtig wiedergeben kann; aber auch damit ergibt sich ein Maximum für die Funktion $z(x) = yo*x - k*x^2$, die in diesem einfachen Fall eine auf dem Kopf stehende Parabel ist, die mit ihrem linken Ast durch den Nullpunkt geht. **Sie ist aber nicht geeignet für eine Summierung über alle Klassen, da sie den Anfang und das Ende nicht richtig wiedergibt.** Sie ist nur für qualitative Demonstrationszwecke gut geeignet, wie *Laffer* es angeblich auf einer Serviette zu tun pflegte. →Lit.(1)

**Ein drittes Beispiel befasst sich mit dem erweiterten Modellansatz** entsprechend Gleichung (10) bzw. der integralen Lösung (11).

Die „ermittelten Punkte“ aus den Ergebnissen eines Steuerjahres seien in der folgenden Darstellung, Bild 5, als rote Punkte dargestellt. Die durchgezogene Kurve y(x) wurde bei Wahl des Exponenten m=1 durch Anpassung der restlichen 4 Parameter $x_m$, $y_m$, k, n so ermittelt, dass sie die vorgegebenen Punkte durch Minimierung der Fehlerquadrat-Summe $(y - y_{mess})^2$ möglichst genau wiedergibt. Die so ermittelten Parameter sind der Legende des Bildes 5 zu entnehmen. Die Lösungen der Gleichung (11) lauten in diesem Falle

(16) <u>bei n=1:</u> $y = y_m * \exp( - k*(x-x_m)^2/2 )$

(17) <u>bei n<>1:</u> $y = (y_m^{(1-n)} – k*(1-n)*(x-x_m)^2/2 )^{(1/(1-n))}$

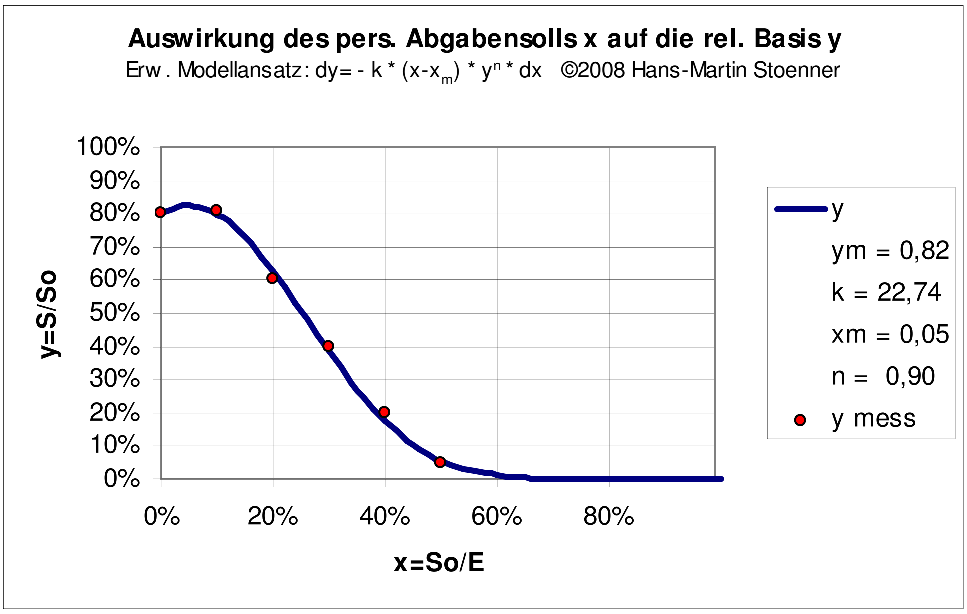


**Bild 5.** Abhängigkeit der rel. Steuerbasis y vom pers. Sollsteuersatz x.

Entsprechend ergibt sich für das relative Steueraufkommen z=x*y die Gleichung

(18) <u>bei n=0,9:</u> $z = x*(y_m^{(1-n)} – k*(1-n)*(x-x_m)^2/2 )^{(1/(1-n))}$

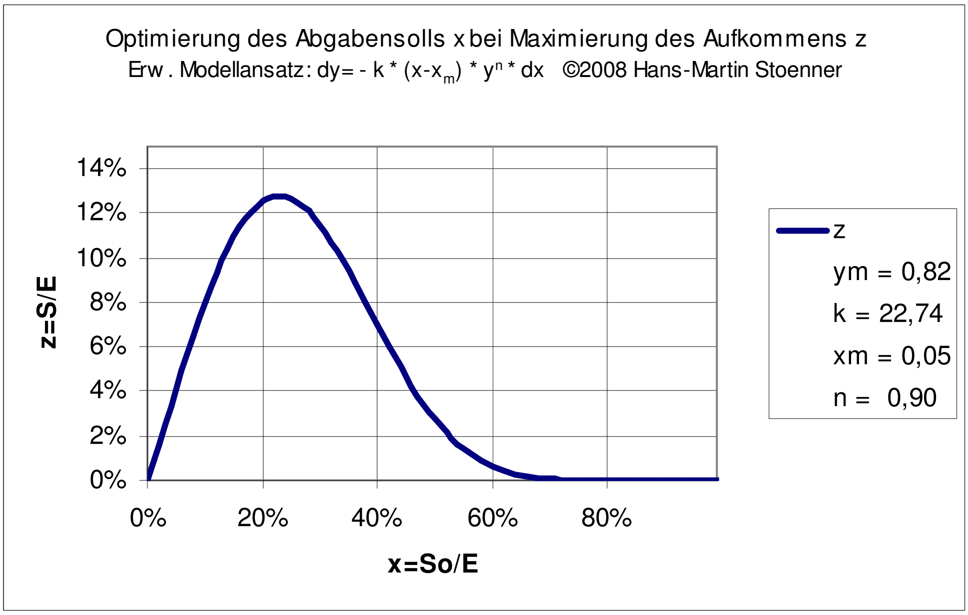


**Bild 6.** Abhängigkeit des rel. Steueraufkommens z vom pers. Sollsteuersatz x

Literaturhinweise zu ähnlichen Überlegungen, die jedoch anders begründet oder hergeleitet wurden bzw. werden:

(1) The Laffer Curve Past Present and Future by Arthur B Laffer 2004, http://www.heritage.org/Research/Taxes/bg1765.cfm
(2) Weitere Literatur unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Laffer-Kurve